MINISTERUL EDUCAȚIEI

OJAA, 2023 – S2

OLIMPIADA DE ASTRONOMIE ȘI ASTROFIZICĂ
ETAPA JUDEȚEANĂ
06 Mai 2023

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE
CATEGORIA S2

a) **Se punctează oricare alte formulări/modalităţi de rezolvare corectă a cerinţelor.**
b) **Nu se acordă punctaje intermediare la subiectele de tip grilă.**

<u>Subiectul I (25 puncte)</u>

1. Răspuns corect: d) **(2,5 puncte)**

2. Răspuns corect: b) **(2,5 puncte)**

3. Răspuns corect: d) **(2,5 puncte)**

4. Răspuns corect: a) **(2,5 puncte)**

5. Răspuns corect: c) **(2,5 puncte)**

6. Răspuns corect: b) **(2,5 puncte)**

7. Răspuns corect: a) **(2,5 puncte)**

$M_P.x_c=M_L(d-x_c)$;

$$x_C = \frac{M_L d}{M_P + M_L} = 4687{,}80km$$

8. A. Răspuns corect: d) **(2,5 puncte)**
   B. Răspuns corect: d) **(2,5 puncte)**

$$\frac{mv^2}{2} = mg_m 3R_0; \Gamma_0 = g_0; \Gamma = g; \Gamma = \frac{\Gamma_0}{16};$$

$$\Gamma_0 = \frac{KM}{R_0^2}; \Gamma = \frac{KM}{(4R_0)^2}; \Gamma = \frac{\Gamma_0}{16}$$

$$\frac{mv^2}{2} = mg_m 3R_0; v_0 = \sqrt{\frac{3R_0 g_0}{2}}$$

9. Răspuns corect: d) **(2,5 puncte)**

Magnitudinea absolută bolometrică este mereu mai mică decât magnitudinea absolută vizuală, deoarece pentru calculul magnitudinii bolometrice se adună contribuția intensității luminoase pentru toate lungimile de undă, nu doar în spectrul vizibil. Steaua pare mai strălucitoare când toate lungimile de undă sunt luate în considerare. Astfel, corecția bolometrică exprimată în problemă va fi:

$$\Delta M = M_v - M_{bol} \rightarrow \quad M_{bol} = 8,3^m;$$
$$log\frac{L_{bol}}{L_{Soare}} = -0,4(M_{bol} - M_{Soare});$$
$$\frac{L_{bol}}{L_{Soare}} = 0,04$$

10. Răspuns corect: c) **(2,5 puncte)**

$$L_1 = L_2; I_1\omega_1 = I_2\omega_2;$$
$$I = \frac{2}{5}MR^2; T_2 = T_1(\frac{R_2}{R_1})^2; T_2 = 4,84\mu s$$

Subiectul II (50 puncte)

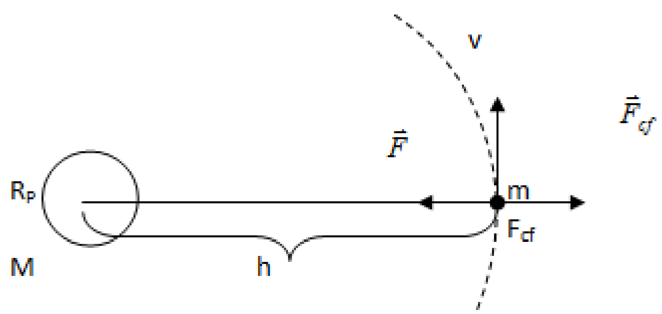
II.1. Alt fel de cosmologie (20 puncte)

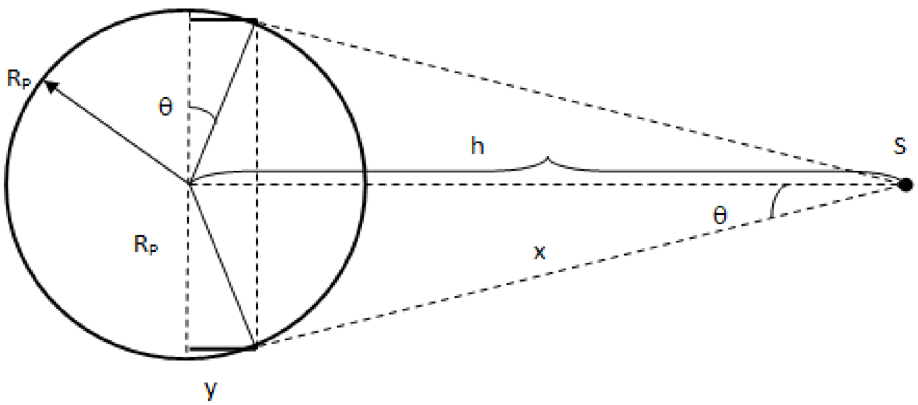
Energia fiecărui foton devine mai mică conform legii $E = E_0 \cdot 2^{-t/T_0}$, ceea ce înseamnă că după un timp $t = T_0$ energia devine mai mică cu un factor 2 : $E_t = E_0/2$ adică $h\nu_t = \frac{h\nu_0}{2}$ adică $\frac{hc}{\lambda_t} = \frac{\frac{hc}{\lambda_0}}{2}$ deci $\lambda_t = 2\lambda_0$.	4p indiferent de Doppler clasic sau relativist
Teoria expansiunii Universului explică în termenii efectului Doppler prin faptul că sursa fotonului se îndepărtează de noi cu viteza v. Sunt 2 căi de prezentare a soluţiei: efect Doppler clasic şi respectiv relativist. Doppler clasic primeşte punctaj parţial (cu 4 puncte mai puţin decât varianta cu Doppler relativist) Conform efectului **Doppler clasic** $\lambda_t = 2\cdot\lambda_0 = \lambda_0\left(1+\frac{c}{v}\right)$ de unde rezultă $v = c$ sau $z = 1$. Din legea lui Hubble $v = H \cdot R$ se obţine $R = \frac{v}{H}$. Dar cum $v = c$ vom avea $R = \frac{c}{H}$. Cum timpul scurs de la emisia fotonului este $t = \frac{R}{c}$ vom avea $t = \frac{R}{c} = \frac{\frac{c}{H}}{c} = \frac{1}{H}$ Adică: $T_0 = t = \frac{1}{H} = \frac{1}{70\frac{km/s}{Mpc}} = 14\cdot 10^9$ ani În teoria expansiunii Universului această perioadă este egală cu vârsta cosmologică a Universului. **Total Doppler classic** Conform efectului **Doppler relativist** îndepărtarea spre roşu este de asemenea $z = 1$ dar	**2p** 4p 4p 2p **16p**

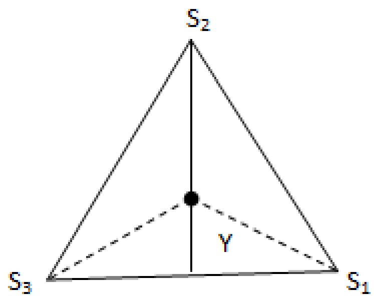
$\lambda_t = 2\lambda_0 = \lambda_0 \dfrac{1+\frac{v}{c}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ de unde $2\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} = 1+\frac{v}{c}$ sau $4\left[1-\left(\frac{v}{c}\right)^2\right] = \left(1+\frac{v}{c}\right)^2$ dezvoltând $4\left(1-\frac{v}{c}\right)\left(1+\frac{v}{c}\right) = \left(1+\frac{v}{c}\right)^2$ sau $4\left(1-\frac{v}{c}\right) = \left(1+\frac{v}{c}\right)$ de unde se obţine $\frac{v}{c} = 0,6$	**6p**
Atunci din legea lui Hubble $v = H \cdot R$ se obţine $R = \frac{v}{H}$. Cum $v = 0,6 \cdot c$ vom avea $R = \frac{0,6 \cdot c}{H}$.	4p
Timpul scurs de la emisia fotonului este $t = \frac{R}{c} = \frac{\frac{0,6 \cdot c}{H}}{c} = \frac{0,6}{H}$. Parametrul de înjumătățire este: $T_0 = t = \frac{0,6}{H} = \frac{0,6}{70\frac{km/s}{Mpc}} = 8,4 \cdot 10^9$ ani	4p 2p
Răspuns: în ambele variante parametrul aşa numit perioada de înjumătăţire a fotonului este aproximativ 10^{10} ani care este de ordinul vârstei cosmologice a Universului conform teoriei expansiunii Universului. **Total Doppler relativist**	**20p**
Soluţia cu derivate : metoda este mai precisă decât cea directă prezentată mai sus, dar nu toţi elevii posedă aparatul matematic necesar. Punctaj similar soluției cu Doppler relativist. Pentru valori mici $\Delta\lambda \ll \lambda_0$ dacă derivăm relaţia $E = E_0 \cdot 2^{-t/T_0}$ obţinem $dE = d\left(E_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_0}}\right) = dt \cdot \left(-\frac{\ln 2}{T_0}\right) \cdot \left(E_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_0}}\right) = dt \cdot \left(-\frac{\ln 2}{T_0}\right) \cdot E$ adică $\frac{dE}{E} = -\ln 2 \cdot \frac{dt}{T_0}$.	5p

Folosind un timp t mic în comparaţie cu T_0 putem scrie $\frac{\Delta E}{E} = -\ln 2 \cdot \frac{t}{T_0}$. Dar $\frac{\Delta E}{E} = -\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\frac{v}{c}$ adică $-\frac{v}{c} = -\ln 2 \cdot \frac{t}{T_0}$.	5p
Conform legii lui Hubble $v = H \cdot R$ vom avea $H \cdot \frac{R}{c} = \ln 2 \cdot \frac{t}{T_0}$. Timpul care a trecut de la emisia fotonului este $t = \frac{R}{c}$ aşa că în final vom avea $T_0 = \frac{\ln 2}{H}$.	5p
$T_0 = \frac{\ln 2}{H} = \frac{\ln 2}{70 \frac{km/s}{Mpc}} \cong 10^{10}$ ani care este în acord cu vârsta cosmologică a Universului din teoria expansiunii Universului.	5p
Total soluție derivate	**20p**

II.2. Satelit geostaționar (30 puncte)

Barem	Punctaj
a)Conform desenului satelitul geostaționar, trebuie să se mențină permanent deasupra aceluiași punct de pe cercul ecuatorial. Pentru aceasta trebuie să aibă aceiași viteză unghiulară cu Pământul. $F = F_{cf}; \frac{KMm}{h^2} = m\omega^2 h;$  	2p
$\omega = \frac{2\pi}{T}; \frac{KM}{h^3} = \omega^2; h^3 = \frac{KMT^2}{4\pi^2};$	2p

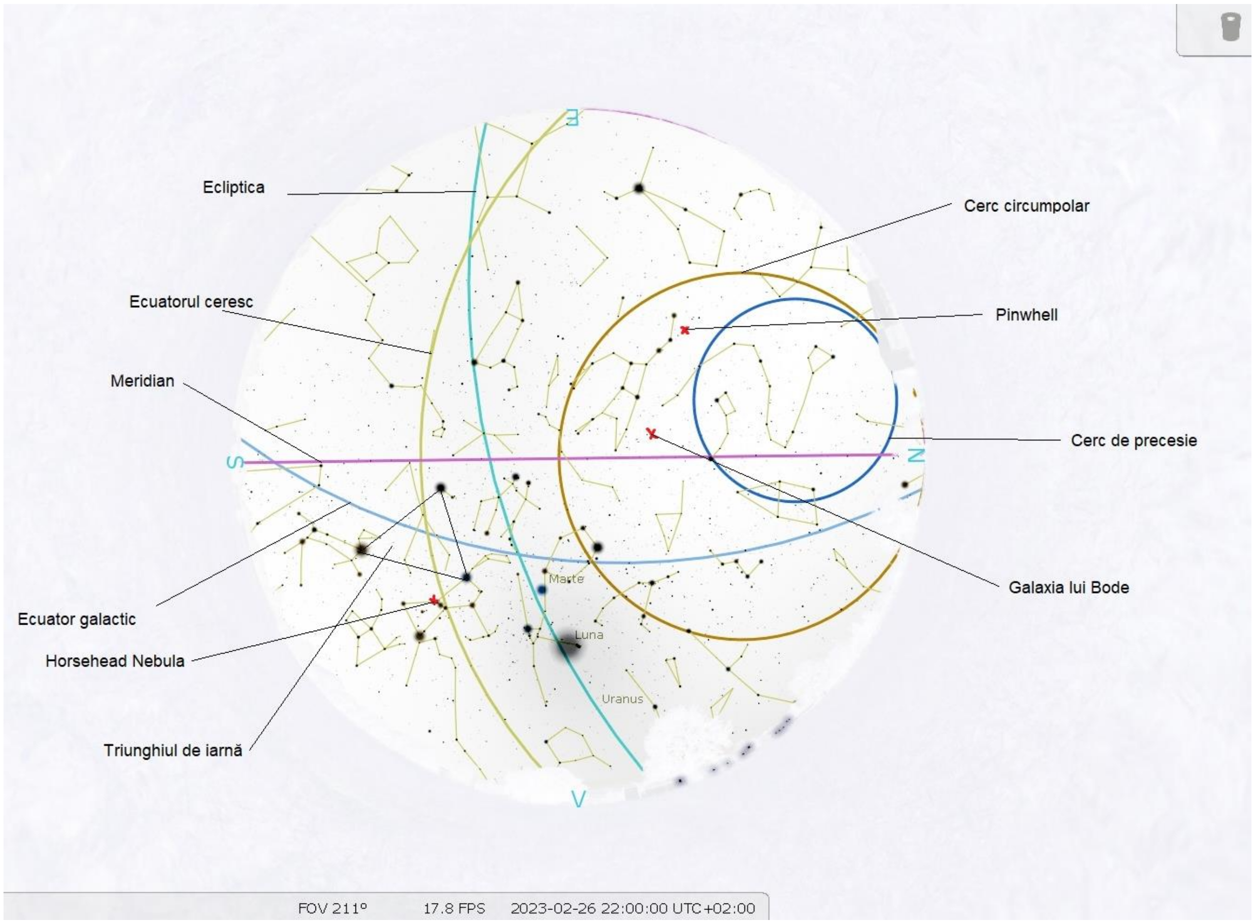
$$h^3 = \frac{39{,}843912.10^{13}.7{,}46496.10^9}{39{,}4384} km;$$ $$h = 42\,437{,}499 km;$$ $$h - R_P = 36\,067{,}499 km$$	1p 1p
b)  	2p
$x^2 = h^2 - R_P^2;$ $\sin\theta = \frac{R_P}{h} = \frac{y}{R_P};$	1p 1p
$A = 2\pi R_P.\Delta h;$ $\Delta h = R_P - y;$ $A = 2\pi R_P(R_P - y);$	2p
Aria calotei sferice acoperită de satelitul geostaționar va fi: $A_{Calotă} = 2\pi R_P(R_P - y);$ $A_{Calotă} = 2.3{,}14.6370(6370 - 956{,}15672);$ $A_{Calotă} = 2{,}16573.10^8 km^2$ $A_{Terra} = 4\pi R_P^2 = 5{,}09645.10^8 km^2$	2p
Procentul din suprafața Pământului văzută de satelit va fi: $x = \frac{A_{Calotă}.100\%}{A_{Terra}};$ $x = 42{,}49487\%$	2p

c)Sunt suficienți 3 sateliți în condițiile punctului b) din care se observă că doi sateliți acoperă până la 83% din suprafața Pământului. Doi sateliți nu pot acoperii deci maximul de suprafață. Sateliții sunt plasați sub unghiuri de $2\pi/3$, urmând raza vectoare R_P după direcția planului ecuatorial. 	5p
d)În zonele polare rămân două triunghiuri sferice echilaterale, pe care le aproximăm ca plane, fiind mici: $$sin\,60^0 = \frac{3y}{MN};$$ $$MN = \frac{3y \times 2}{\sqrt{3}};$$ Unde 3y este înaltimea în triunghi, iar MN este jumătate din latură.	4p
Ariile celor două zone corespunzătoare polilor tereștri N-S, care rămân neacoperite vor fi suma ariilor triunghiurilor: $$A_{Neacoperită} = 2 \times \frac{MN \times 3y}{2} = 3yMN = 9\,512\,264{,}4km$$	3p
Calculăm procentul din suprafața Pământului rămasă neacoperită de unde electromagnetice: $5{,}09645.10^8\,km$...100% $9512264{,}4km$...x $x = 1{,}86644\%$	2p

Subiectul III - 25 puncte

Ați primit o hartă a cerului în proiecție stereografică, realizată într-un loc din România (L = 26^0 40' E). Pe baza hărții răspundeți la următoarele întrebări (acolo unde este cazul, faceți trimitere la hartă).

1. Identificați pe hartă punctele cardinale și notați-le pe marginea hărții. **(2.5p)** - vezi harta
2. Trasați și notați pe hartă: meridianul locului și ecuatorul ceresc. **(2.5p)** – vezi harta
3. Trasați pe hartă cercul de precesie. **(2.5p)** – vezi harta
4. Trasați pe hartă ecuatorul galactic și descrieți cum ați procedat.(2.5p) – vezi harta
5. Identificați patru constelații aflate pe ecuatorul galactic sau în vecinătatea lui și precizați steaua lor principală. **(2.5 p)** – ex: Cassiopeia (Schedar), Auriga (Capella), Cefeu (Alderamin), Perseu (Mirfak), etc
6. Precizați steaua a constelațiilor de la punctul 5. ex: Cassiopeia (Schedar), Auriga (Capella), Cefeu (Alderamin), Perseu (Mirfak), etc (2.5p)
7. Care este ora siderală a hărții? **(2.5 p)** – cca. 8,24 h (8h 13 min)
8. Identificați pe hartă trei constelații aflate între ecliptică și cercul de circumpolaritate **(2.5 p)** – de ex: Triangulum, Aries, Leo, Leo Minor, Coma Berenices, Canes Venatici, Bootes, Corona Borealis.
9. **9.** Unde se află, pe hartă: Galaxia Pinwhell, Galaxia lui Bode, Nebuloasa Horsehead. **(2.5 p)** – vezi harta
10. Estimați distanța unghiulară dintre stelele care alcătuiesc Triunghiul de iarnă (triunghi aproximativ echilateral). Calculați, cu aproximație de ±10 %, aria acestui triunghi (în grade pătrate) **(2.5 p)**
    a) identificarea triunchiului de iarnă – 1 p – vezi harta
    b) determinarea distanței unghiulare între două stele oarecare – 1 p – cca. 26^0
    c) calculul ariei – 0.5 p – 292 grade^2 ± 10%


Ecliptica
Cerc circumpolar
Ecuatorul ceresc
Pinwhell
Meridian
S
N
E
V
Cerc de precesie
Marte
Luna
Uranus
Ecuator galactic
Galaxia lui Bode
Horsehead Nebula
Triunghiul de iarnă
FOV 211°
17.8 FPS
2023-02-26 22:00:00 UTC+02:00